

# Análise de falha por fadiga em eixo de transmissão utilizando o método dos elementos finitos

*Analysis of failure due to fatigue in transmission axles using the finite element method*

Fernando de Azevedo Silva

Engenheiro Mecânico e Doutor em Engenharia pela  
Universidade Estadual Paulista – UNESP - FEG.  
Guaratingueta, SP [Brasil]  
fazevedo@feg.unesp.br

Carlos Alberto Chaves

Engenheiro Mecânico e Doutor em Engenharia pela  
Universidade de Taubaté – UNITAU.  
Taubaté, SP [Brasil]  
chaves@unitau.br

Erick Siqueira Guidi

Engenheiro Mecânico e Doutor em Engenharia pela  
Universidade Estadual Paulista – UNESP-FEG.  
Guaratingueta, SP [Brasil]  
eguid@feg.unesp.br

## Resumo

Neste trabalho, objetivou-se apresentar uma aplicação do método dos elementos finitos para análise de tensão e fadiga em um eixo de transmissão mecânica. Eixos de transmissão são largamente usados em máquinas rotativas, e sujeitos a problemas de fadiga. O eixo de transmissão rotativo estudado é sustentado em mancais, carregado por uma força alternada de 6,8 kN, em que o eixo tem todos os raios de arredondamento de 0,003 m, uma superfície retificada, aço AISI 1050, com módulo de elasticidade de Young igual a 206,8 GPa e módulo de Poisson igual a 0,28. Apresentam-se as condições de ruptura por tensão e também por fadiga, observadas após tensão máxima em condições de trabalho, e o coeficiente de segurança na fadiga para um tempo de vida do eixo de transmissão de 350 mil ciclos. Os resultados numéricos foram comparados com os de fadiga obtidos empiricamente e apresentaram-se satisfatórios.

**Palavras-chave:** Análise de fadiga. Eixo de transmissão. Método dos elementos finitos.

## Abstract

This study aims to present the application of the finite element method to perform stress and fatigue analysis on a mechanical drive axle. Drive axles are widely used in rotating machinery and are subject to fatigue problems. The rotary transmission axle in this study is supported in bearings loaded by an alternating force of 6.8 kN, wherein the axle has rounding radii all 0.003 m in size and a ground surface of AISI 1050 steel with Young's elasticity modulus of 206.8 GPa and Poisson modulus of 0.28. We present the rupture conditions ensuing from tension as well as fatigue, for a lifetime of the transmission axle of 350,000 cycles. The quantitative results compared satisfactorily to the empirical fatigue data.

**Key words:** Drive axle. Fatigue analysis. Finite element method.

## 1 Introdução

Eixos de transmissão são propriamente usados em todas as partes de máquinas rotativas para transmitir movimento de rotação e torque de um local para outro. Assim, em um projeto de máquina, com frequência, é necessário realizar a tarefa de projetar eixos, aos quais são acoplados outros elementos mecânicos, tais como engrenagens, polias, ventiladores, rodas centradas. Os eixos de transmissão são alocados nas máquinas e fixados ou apoiados por mancais de deslizamento ou rolamento, apresentam seções circulares, variáveis e geralmente mássicas (SANTOS, 2011).

Em trabalho, os eixos podem ser submetidos a esforços de flexão, tração, compressão ou torção, que podem atuar isoladamente ou de maneira combinada (RAOTOLE; SADAPHALE; CHAUDHARI, 2013). Assim, é esperado que esses esforços atuem de forma combinada, levando o projetista a ter de considerar a resistência à fadiga e as cargas estáticas como parâmetros importantes no desenvolvimento do projeto, uma vez que o eixo pode ser submetido a tensões estáticas, reversíveis e repetidas, as quais normalmente atuam de forma simultânea e podem vir a provocar a falha do eixo e até mesmo de todo o sistema (CORDEIRO, 2012).

No atual mercado competitivo, as companhias precisam desenvolver produtos de alta qualidade, inclusive com elevada complexidade, bom desempenho e durabilidade em um curto espaço de tempo. Para atender a essa demanda de mercado, as organizações passaram a utilizar as ferramentas de análise computacional de engenharia, a fim de otimizar o projeto e ganhar competitividade (MARIM, 2009).

O uso de ferramentas computacionais de análise durante o projeto diminui os custos e o tempo de desenvolvimento do produto, permitindo inclusive que os projetistas avaliem os efeitos de

diversos parâmetros, como mudança de geometria e escolha de material, sem a necessidade da construção de protótipos físicos (PUCHI-CABRERA et al., 2008).

A indústria tem como objetivo fornecer produtos que realizem a sua tarefa em uma determinada expectativa, estando sujeitos às condições de operação que estão de acordo com o esperado pelo consumidor ou mesmo o exceda. Daí tem-se o conceito de qualidade que é um diferencial importante dos produtos no mercado competitivo. Um produto de qualidade é aquele que está dentro das necessidades do consumidor ou as excede, e apresenta longa vida útil.

O fenômeno da fadiga é altamente complexo, estando presente na maioria das aplicações de componentes mecânicos e é responsável por grande parte das falhas estruturais que ocorrem em componentes mecânicos (SAVKOVIĆ et al., 2012).

O estudo de fadiga dos materiais ainda é pouco difundido e explorado tanto no meio acadêmico como no meio industrial (RUSINSKI et al., 2008). Muitas descobertas e conclusões ainda podem ser obtidas com a pesquisa aprofundada de técnicas de obtenção de vida em fadiga analítica (SHAO; LIU; MECHEFSKE, 2011), numérica (GÖKSENLI; ERYÜREK, 2009) e também experimentalmente (KHALID et al., 2007).

Trata-se de um requisito que até pouco tempo não era essencial para o projeto devido ao superdimensionamento das peças. Nos dias atuais, e com o avanço tecnológico, o mercado oferece componentes cada vez mais resistentes e com maior desempenho (KOH, 2002). Essas peças passam por diversos testes, inclusive o teste de durabilidade, no qual é determinado o número de ciclos a que elas resistem (MOURA JUNIOR, 2014).

Estes testes ainda são muito caros, porém indispensáveis para a definição de qualidade do componente. Entretanto, vem ocorrendo uma diminuição do número desses testes com a in-

corporação do cálculo numérico que faz uso do método de elementos finitos (BAYRAKCEKEN; TASGETIREN; YAVUZ, 2007). Com isso, estudos de novos métodos de solução e/ou correlação de cálculo numérico versus testes físicos são de grande valia (CURTIS et al., 2003).

O ANSYS é um *software* comercial de elementos finitos que vem sendo utilizado nas mais diversas classes de problemas de engenharia (WARHADPANDE et al., 2010).

Diante do exposto, neste trabalho, objetivou-se utilizar o Método dos Elementos Finitos (RIBEIRO, 2004) para analisar tensões e fadiga de um eixo de transmissão (ALVES FILHO, 2000). A principal razão de estudar a falha por fadiga é entender como ela ocorre e, a partir daí, identificar o método mais adequado a ser empregado para melhorar a tensão de fadiga (WANNENBURG; HEYNS; RAATH, 2009). Como ilustração, será realizado um estudo de caso, no qual o cálculo de um eixo de transmissão será desenvolvido. É comum, ao longo do eixo de transmissão, a abertura de rasgos de chavetas e canais para fixação de componentes, que afetam a durabilidade do eixo de transmissão. Como ferramenta para o trabalho, é utilizado o *software* comercial ANSYS, baseado no Método dos Elementos Finitos (ALVES FILHO, 2005), como pré e pós-processador de resultados, como *solver* das análises estáticas e como *solver* das análises de fadiga (ANSYS 15, 2015).

## 2 Formulação do problema

Para ilustrar a utilização do método dos elementos finitos no cálculo de durabilidade, será desenvolvido, neste trabalho, o cálculo estrutural e o de fadiga de um eixo de transmissão, mostrado na Figura 1. A Figura 2 apresenta as dimensões do modelo.

O modelo geométrico foi adotado mediante pesquisa bibliográfica (SHIGLEY; MISCHKE, 1989), pretendendo-se determinar o número de ciclos que o eixo de transmissão atinge.

Os dados necessários para o estudo foram adotados com base nas pesquisas bibliográficas, conforme Shigley e Mischke (1989) e Norton (2013).

O material utilizado para o eixo é o aço 1045 estirado a frio. Suas propriedades mecânicas são:

- Módulo de elasticidade E igual a 206,8 GPa.
- Módulo de Poisson,  $\nu$  igual a 0,28.
- Densidade  $\rho$  de 7,8 Mg/m<sup>3</sup>.
- Tensão última de tração Sut de 690 Mpa.
- Tensão de escoamento Sy de 580 MPa.

Atribuídas as propriedades, o modelo de eixo foi analisado. Primeiramente, realizou-se a análise estática por meio do método dos elementos finitos (FISH, 2009) e, em seguida, a análise de fadiga. Com os carregamentos necessários, pode-se prosseguir com o cálculo de durabilidade utilizando o método dos elementos finitos e as teorias de falhas por fadiga. Além do carregamento, são necessários, como dados de entrada, a geometria do componente e a curva de fadiga do material (JONO, 2005).



Figura 1: Modelo geométrico - eixo de transmissão

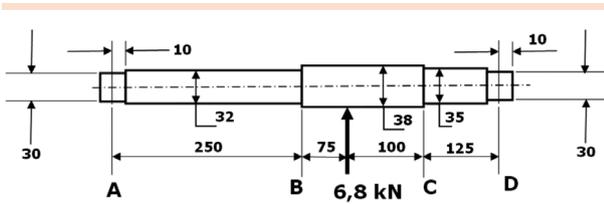


Figura 2: Dimensões em mm do eixo de transmissão para o estudo de caso

Fonte: Adaptado de Shigley e Mischke (1989).

### 3 Método

#### 3.1 Método analítico

Foram utilizados dados empíricos para a realização de todas as aproximações analíticas apresentadas (NORTON, 2013).

##### 3.1.1 Determinação dos fatores geométricos de concentração de tensões

O fator de concentração de tensões para o caso de um eixo cilíndrico com um rebaixo sujeito a flexão é representado na Figura 3. A redução no diâmetro de D para d cria concentração de tensões, e a dimensão do raio r também é um fator. Esses fatores geométricos são representados pelos coeficientes adimensionais r/d e D/d. A equação que relaciona esses parâmetros é a seguinte:

$$K_t = A \cdot \left(\frac{r}{d}\right)^b \tag{1}$$

D/d	A	b
6,00	0,87868	-0,33243
3,00	0,89334	-0,30860
2,00	0,90879	-0,28598
1,50	0,93836	-0,25759
1,20	0,97098	-0,21796
1,10	0,95120	-0,23757
1,07	0,97527	-0,20958
1,05	0,98137	-0,19653
1,03	0,98061	-0,18381
1,02	0,96048	-0,17711
1,01	0,91938	-0,17032

Em que A e b são parâmetros determinados pela Figura 3, em função dos coeficientes adimensionais r/d e D/d.

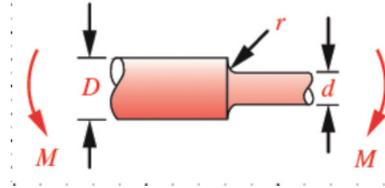


Figura 3: Tabela e geometria para o fator geométrico de concentração de tensão  $K_t$  para um eixo com um rebaixo arredondado em flexão

Fonte: Norton (2013).

##### 3.1.2 Fatores de correção para a resistência à fadiga

A resistência à fadiga ou o limite de fadiga, obtidos de ensaios com corpos de prova padrão ou de estimativas baseadas em testes estáticos, devem ser modificados para considerar, em seus valores finais, as diferenças físicas entre os corpos de prova e a peça real que está sendo projetada. Diferenças de temperatura e de meio ambiente (umidade, efeitos de corrosão, etc.) entre as condições do ensaio e as condições a que a peça estará submetida no futuro (condições reais) devem ser levadas em consideração, além das diferenças na maneira de aplicação do carregamento (NORTON, 2013).

Esses e outros fatores estão incorporados em um conjunto de fatores de redução da resistência, que são, depois, multiplicados pela estimativa teórica para obter-se o limite da fadiga corrigido para uma aplicação em particular.

$$S_e = C_{\text{carreg}} C_{\text{tamanho}} C_{\text{superf}} C_{\text{tem}} C_{\text{conf}} S_e' \tag{2}$$

Em que  $S_e$  representa o limite de fadiga corrigido para um material que exibe um ponto de inflexão em sua curva S-N;  $S_e'$  representa o limite de fadiga não corrigido para um material que exibe

um ponto de inflexão em sua curva S-N. A equação 2 traz informações a respeito da resistência dos materiais na região de alto-ciclo do diagrama S-N. Os fatores de redução da resistência, utilizado na equação 2, são definidos a seguir.

### 3.1.2.1 Efeitos da solitação

Uma vez que a relação descrita na equação 2 e a maioria dos dados publicados de resistência à fadiga se referem a ensaios sob flexão rotativa, deve ser aplicado um fator de redução da resistência para a solitação devido à força normal. Pode-se definir um fator considerando-se a solitação de redução da resistência,  $C_{\text{carreg}}$ , para flexão, como (NORTON, 2013):

$$C_{\text{carreg}} = 1 \quad (3)$$

### 3.1.2.2 Efeitos do tamanho

Os corpos de prova sujeitos a ensaios estáticos ou à flexão rotativa apresentam pequena dimensão (por volta de 0,00762 m de diâmetro). Se a peça em questão é maior do que a citada dimensão, um fator de tamanho, que reduz a resistência, deve ser aplicado a fim de considerar-se o fato de que peças maiores falham sob tensões menores, devido à maior probabilidade de um defeito estar presente na área sob tensão. Os dados experimentais coletados nos ensaios, nos quais essas equações se baseiam, foram obtidos a partir de peças de aço. Pode-se definir um fator considerando-se o tamanho,  $C_{\text{tamanho}}$ , como (NORTON, 2013):

Para  $0,008 \text{ m} < d \leq 0,250 \text{ m}$ :

$$C_{\text{tamanho}} = 1,189 \cdot d^{-0,097} \quad (4)$$

### 3.1.2.3 Efeitos da superfície

O corpo de prova padrão da viga rotativa é polido com um acabamento espelhado para impe-

dir que imperfeições superficiais atuem como intensificadores de tensão. Normalmente, não é prático realizar este tipo de acabamento por inteiro em uma peça real. Acabamentos mais grosseiros diminuem a resistência à fadiga devido à introdução de concentrações de tensão e/ou alteração das propriedades físicas da camada superficial da peça. Uma superfície forjada é rugosa e descarbonizada, e os reduzidos níveis de carbono enfraquecem a superfície em que as tensões são frequentemente as mais elevadas. Um fator de superfície de redução da resistência,  $C_{\text{superf}}$  faz-se necessário para considerar essas diferenças (NORTON, 2013):

$$C_{\text{superfície}} = A \cdot (S_{\text{sut}})^b \quad (5)$$

$$\text{Se } C_{\text{superf}} > 1 \quad C_{\text{superf}} = 1 \quad (6)$$

Os coeficientes A e os expoentes b para diversos acabamentos encontram-se na Tabela 1.

**Tabela 1: Coeficientes para a equação do fator de superfície**

Acabamento superficial	Sut em MPa	
	A	b
Retificado	1,58	-0,085
Usinado ou estirado a frio	4,51	-0,265
Laminado a quente	57,7	-0,718
Forjado	272	-0,995

Fonte: Adaptado de Norton (2013).

### 3.1.2.4 Efeitos da temperatura

Um fator de temperatura de redução da resistência  $C_{\text{temp}}$  faz-se necessário para considerar essas diferenças, este é baseado em dados de ensaios com aços e, portanto, não deve ser utilizado para outros metais (NORTON, 2013):

$$\text{Para } T \leq 450 \text{ }^\circ\text{C: } C_{\text{temp}} = 1 \quad (7)$$

### 3.1.2.5 Efeitos da confiabilidade

Muitos dados de resistência registrados na literatura referem-se a valores médios. Existe, no entanto, uma considerável dispersão nos ensaios realizados com o mesmo material sob condições semelhantes de ensaio, e os desvios-padrão das resistências à fadiga de aços raramente excedem 8% de seus valores médios. Os valores da Tabela 2 fornecem os fatores de redução da resistência  $C_{conf}$  para alguns níveis de confiabilidade previamente escolhidos (NORTON, 2013).

**Tabela 2: Fatores de confiabilidade**

Confiabilidade %	$C_{conf}$
50	1,000
90	0,897
95	0,868
99	0,814
99,9	0,753
99,99	0,702
99,999	0,659
99,9999	0,620

Fonte: Adaptado de Norton (2013).

### 3.1.2.6 Efeitos do ambiente

O ambiente pode ter efeitos significativos na resistência à fadiga. Até mesmo o ar atmosférico presente no local diminui a resistência à fadiga quando comparado ao vácuo. Quanto maior forem a umidade relativa e a temperatura, maior será a redução da resistência do material em contato com o ar do ambiente. A corrosão por fadiga pode provocar uma redução drástica da resistência e até a eliminação do ponto definido como limite de fadiga.

Para os aços carbono e os de baixa liga em água pura, a relação entre  $S_e$  e  $S_{ut}$  deve ser (NORTON, 2013):

$$S_e' \cong 100 \text{ Mpa} \quad (8)$$

### 3.1.3 Diagrama S-N estimado para uma vida finita entre $10^3$ e $10^6$ ciclos

As equações anteriores trazem informações a respeito da resistência dos materiais na região de alto-ciclo do diagrama S-N (acima de  $10^6$  ciclos) (NORTON, 2013). Com informações similares para a região de baixo-ciclo, pode-se construir um diagrama S-N para materiais e aplicações particulares. A largura de banda de interesse é o regime fadiga de alto-ciclo de  $10^3$  a  $10^6$  ciclos e além.

Define-se por  $S_m$  a resistência média do material a  $10^3$  ciclos. Dados de teste para flexão indicam que as seguintes estimativas para  $S_m$  são razoáveis:

$$S_m = 0,9 S_{ut} \quad (9)$$

Em que  $S_{ut}$  indica a tensão última de tração.

A resistência à fadiga correspondente a um  $N$  qualquer, indicada por  $S(N)$  é calculada pela equação da reta que passa por  $S_m$  e  $S_e$  ou  $S_f$  e pode ser escrita como:

$$S(N) = A \cdot N^b \quad (10)$$

Ou então, em forma de logaritmo pela relação:

$$\log S(N) = \log a + b \cdot \log N \quad (11)$$

Sendo  $a$  e  $b$  constantes definidas pelas condições de contorno. Para todos os casos, o ponto no qual a curva intercepta o eixo  $y$  é  $S(N) = S_m$  em  $N = N_1 = 10^3$ . Para o caso com limite de fadiga,  $S(N) = S_e$  em  $N = N_2 = 10^6$ . Substituindo as condições de contorno na equação 11 e resolvendo simultaneamente para  $a$  e  $b$ , tem-se:

$$\log a = \log S_m - 3b \quad (12)$$

$$b = \frac{1}{-z} \log\left(\frac{S_m}{S_e}\right) \quad (13)$$

Para um material com ponto de limite de fadiga em  $N_2 = 10^6$ ,  $z = -3$ . Essas equações para a curva S-N permitem encontrar a vida em fadiga estimada,  $N$ , para qualquer resistência à fadiga alternada  $S(N)$ , ou, inversamente, o valor da resistência à fadiga,  $S(N)$ , para qualquer número de ciclos  $N$ .

A equação 14 dá o número de ciclos  $N$  para um valor da resistência à fadiga  $S(N)$  conhecido.

$$N = \log\left(\frac{S_m}{a}\right)^{(1/b)} \quad (14)$$

### 3.1.4 Sensibilidade ao entalhe

Os materiais apresentam diferentes sensibilidades a concentrações de tensão, denominadas sensibilidade ao entalhe do material. Em geral, quanto mais dúctil é o material, menor sua sensibilidade ao entalhe. Materiais frágeis são mais sensíveis a descontinuidades. Como a ductilidade e a fragilidade dos metais estão fortemente relacionadas à resistência e à dureza, materiais de baixa resistência e pouco duros tendem a ter menor sensibilidade a descontinuidades frente aos de alta resistência e duros. A sensibilidade ao entalhe depende também do raio de arredondamento do entalhe (que mede o quão bruscas são as descontinuidades) (NORTON, 2013).

A sensibilidade ao entalhe  $q$  é definida por:

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad (15)$$

$K_t$  é o fator de concentração de tensões teórico (estático) para a geometria particular e  $K_f$  é o fator de concentração de tensões em fadiga (dinâmico). A sensibilidade ao entalhe  $q$  varia entre 0 e 1. Essa equação pode ser reescrita para determinar  $K_f$ .

$$K_f = 1 + q \cdot (K_t - 1) \quad (16)$$

O procedimento consiste em primeiro determinar a concentração de tensões teóricas  $K_t$  para a geometria e o carregamento particulares; então, estabelecer a sensibilidade ao entalhe apropriada para o material escolhido e usá-los na equação 16 para encontrar o fator dinâmico de concentração de tensões  $K_f$ . A tensão nominal dinâmica para qualquer situação é, assim, multiplicada pelo fator  $K_f$  para tensão de tração.

$$\sigma = K_f \cdot \sigma_{nom} \quad (17)$$

A sensibilidade ao entalhe  $q$  pode ainda ser definida a partir da constante de Neuber  $a$ , e do raio do entalhe  $r$ , ambos expressos em polegadas. A constante de Neuber definida como a raiz quadrada de  $a$  é obtida diretamente da Tabela 3 para aços (NORTON, 2013).

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}} \quad (18)$$

### 3.1.5 Método de Gerber e de Goodman

A presença de uma componente de tensão média tem um efeito significativo na falha. Quando uma componente de tensão média de tração é so-

**Tabela 3: Constante de Neuber para aços**

$S_{ut}$ (ksi)	$a^{1/2}$ (in <sup>0,5</sup> )
50	0,130
55	0,118
60	0,108
70	0,093
80	0,080
90	0,070
100	0,062
110	0,055
120	0,049
130	0,044
140	0,039
160	0,031
180	0,024
200	0,018
220	0,013
240	0,009

Fonte: Adaptado de Norton (2013).

mada à componente alternada, o material apresenta falhas com tensões alternadas inferiores às que ocorreriam sob um carregamento puramente alternado (NORTON, 2013).

Para considerar-se a presença de uma componente de tensão média, são elaborados gráficos normalizados por meio da divisão da tensão alternada  $\sigma_a$  pela resistência à fadiga  $S_f$  do material sob tensões alternadas no eixo vertical  $y$  e, também, com a divisão da tensão média  $\sigma_m$  pela resistência à tração  $S_{ut}$  do material no eixo horizontal  $x$ .

O método de Gerber faz uso de uma parábola que intercepta ambos os eixos no ponto de valor igual a 1,0, chamada de curva de Gerber.

No método de Goodman, utiliza-se uma linha reta conectando a resistência à fadiga (ponto igual a 1,0 no eixo  $y$ ) com a resistência à tração (ponto igual a 1,0 no eixo  $x$ ), chamada de curva (reta) de Goodman.

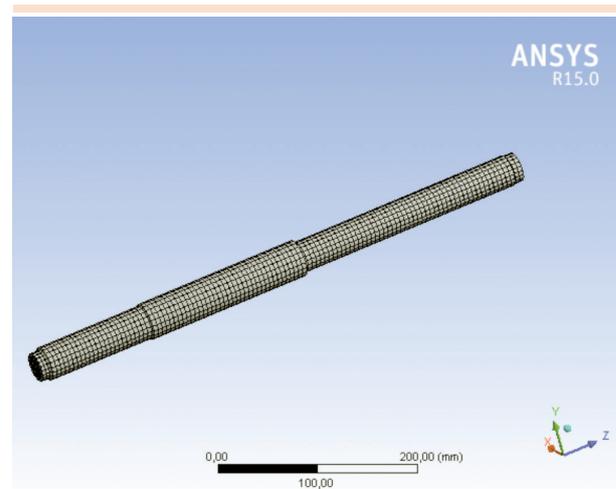
Já o método de Goodman é frequentemente utilizado como um critério de projeto, uma vez que é mais seguro do que o de Gerber.

### 3.2 Método numérico

Foi utilizado o *software* ANSYS, versão 15, para realização de todas as simulações. Nesse programa, a discretização das equações é realizada pelo Método de Elementos Finitos (MEF). O processo de discretização passa por três etapas: malha computacional (subdivisão do domínio), discretização das equações (transformação do sistema de equações diferenciais parciais em equações algébricas) e interpolações (fechamento do sistema algébrico) (RIBEIRO, 2004).

### 3.3 Geração e análise da qualidade da malha

Inicialmente, foi utilizado o gerador automático de malha do ANSYS, versão 15, determinando uma malha hexaédrica estruturada sem refinamento dos entalhes, 35.622 nós, 7.906 elementos, tamanho do elemento 0,005 m, e taxa de refinamento 1 (Figura 4 e Tabela 4).



**Figura 4: Resultado da discretização da malha estruturada automática do modelo de geometria estudado sem refinamento dos entalhes**

Devido à expectativa de altas tensões nas regiões de mudança de diâmetro (entalhes) no eixo rotativo, foi utilizada a ferramenta de controle de malha “Refinement” do ANSYS para aumentar a densidade da malha nestas regiões, usando os

**Tabela 4: Comportamento da tensão máxima de von Mises para o estudo de refinamento de malha**

Variável	Tensão máxima de von Mises (MPa)	Erro relativo
Malha automática hexaédrica estruturada sem refinamento dos entalhes: 35.622 nós, 7.906 elementos, tamanho do elemento 0,005 m, e taxa de refinamento 1	281,91	--
Malha tetraédrica não estruturada grosseira com refinamento dos entalhes: 33.523 nós, 22.057 elementos, tamanho do elemento 0,015 m, e taxa de refinamento 2	284,88	1,04%
Malha tetraédrica não estruturada média com refinamento dos entalhes: 46.109 nós, 30.176 elementos, tamanho do elemento 0,010 m, e taxa de refinamento 2	316,03	9,86%
Malha tetraédrica não estruturada fina com refinamento dos entalhes: 175.073 nós, 118.021 elementos, tamanho do elemento 0,005 m, e taxa de refinamento 2	331,90	4,78%
Malha tetraédrica não estruturada superfina com refinamento dos entalhes: 353.218 nós, 245.336 elementos, tamanho do elemento 0,005 m, e taxa de refinamento 3	331,92	0,01%

parâmetros “tamanho de elemento” e “taxa de refinamento” (ANSYS 15, 2015).

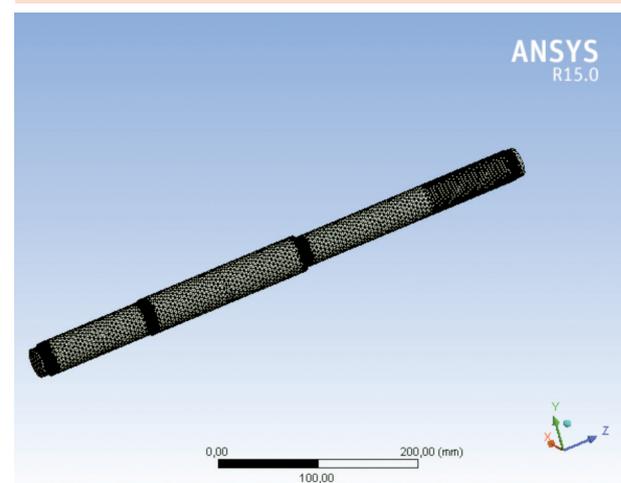
Para a análise de convergência, foi realizada a variação do tamanho do elemento da malha nesta região e acompanhado o comportamento da máxima tensão de von Mises no eixo rotativo, visto ser o parâmetro de maior interesse para análise.

Verifica-se que, com a redução do tamanho do elemento da malha (aumento de densidade da malha), ocorreu uma redução significativa do erro relativo a patamares inferiores a 1%, para as malhas fina e superfina, demonstrando a convergência da tensão de von Mises (Tabela 4).

Observa-se na Tabela 4 que não há diferença na tensão de von Mises entre uma malha fina e

uma superfina, assim, foi utilizado o tipo de malha fina, visualizada na Figura 5, com refinamento dos entalhes, 175.073 nós, 118.021 elementos, com tamanho do elemento no controle da malha 0,005 m, taxa no controle da malha igual a 2, e qualidade da malha dada pela razão de aspecto igual a 1,92.

Com a finalidade de determinar a qualidade da discretização da malha fina proposta, foi analisada a razão de aspecto média, que, para a condição de refinamento apresentada na Figura 5, foi igual a 1,92. Segundo Botting (2015), deve ser considerada, para projetos de estruturas, razão de aspecto médio menor que 5. Diante do exposto, a malha fina proposta apresenta boa qualidade.



**Figura 5: Resultado da discretização da malha não estruturada com refinamento dos entalhes do modelo de geometria estudado**

São apresentados os resultados referentes à análise estática e de fadiga. Os critérios adotados para aprovação das peças são:

- Análise estática: tensão de von Mises menor que tensão de escoamento com carregamento igual a 100% da carga máxima.
- Análise de fadiga: vida infinita e vida maior que 38.300 ciclos para carregamento igual a 100% da carga máxima.

## 4 Resultados e discussão

### 4.1 Aproximação numérica

A análise estática linear é o primeiro passo a ser realizado. As condições de contorno e o carregamento foram aplicados no eixo de transmissão. Com a análise estática, verificaram-se as tensões atuantes na peça, identificando-se as regiões críticas.

Com o resultado obtido dessa análise, foi realizada a análise de fadiga utilizando uma carga cíclica, conforme Figura 6. Estudou-se o caso de carregamento com carga máxima para a análise de fadiga.

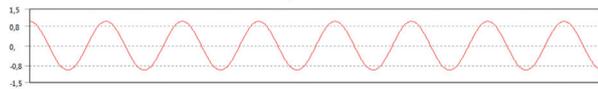


Figura 6: Carga cíclica aplicada

A análise realizada é a do tipo S-N, por meio do método de Goodman (NORTON, 2013). A curva S-N do material é introduzida pelo *software* por meio de dados de entrada, como o tipo de material e a tensão de ruptura. A Figura 7 mostra a curva estimada do material do eixo de transmissão estudado.

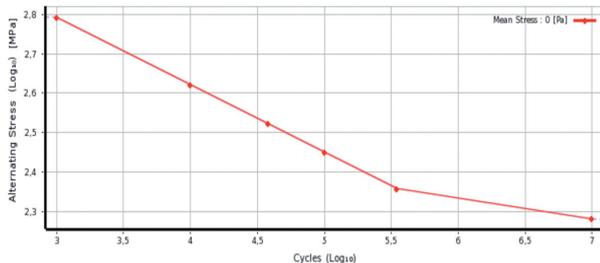


Figura 7: Curva S-N do aço ABNT 1045

De acordo com os critérios de aprovação, na análise estática, conclui-se que o eixo de transmissão foi aprovado com relação à resistência mecânica, pois apresenta tensões de von Mises máxima

(331,9 MPa) menor que o escoamento do material (580 MPa) com carregamento igual a 100% da carga máxima (Figura 8), e fator de segurança mínimo de 1,7475 maior que o fator de segurança mínimo igual a 1 (Figura 9).

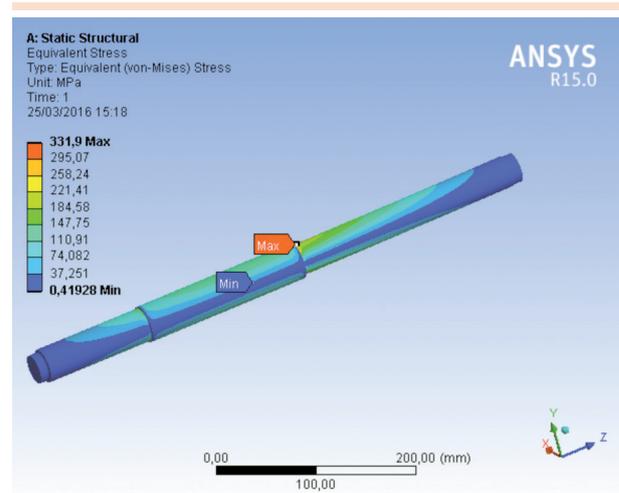


Figura 8: Tensão de von Mises no eixo de transmissão

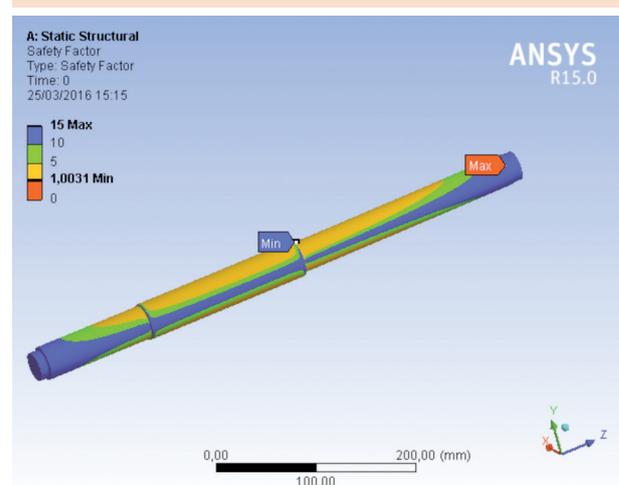


Figura 9: Fator de segurança devido à tensão no eixo de transmissão

A verificação da resistência estrutural de um componente vem sempre em primeiro lugar, antes da verificação da vida em fadiga deste. Em geral, quando o componente não resiste aos carregamentos estáticos máximos, não terá nenhum ciclo ou terá poucos ciclos de vida na durabilidade.

O eixo de transmissão está reprovado com relação à vida em fadiga, com uma vida igual a 350 mil ciclos, com carregamento de 100% da carga máxima, devido ao fator de segurança à fadiga igual, obtido numericamente pela simulação no ANSYS de 0,68725 (Figura 10).

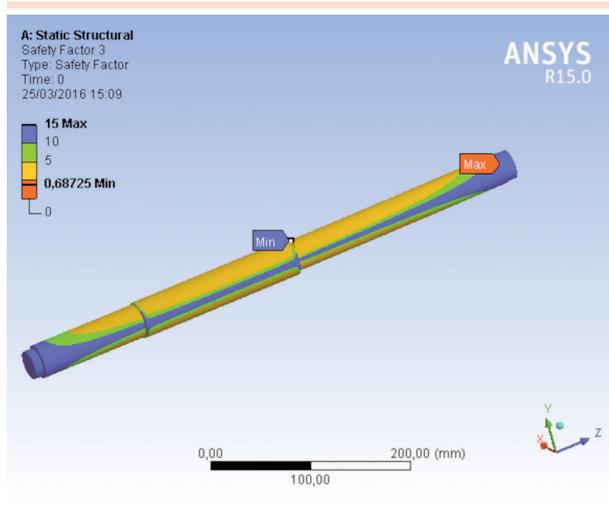


Figura 10: Fator de segurança devido à fadiga no eixo de transmissão

## 4.2 Aproximação analítica

Este item tem o objetivo de mostrar que na literatura é possível encontrar dados que permitem fazer uma verificação aproximada da vida em fadiga de um eixo de transmissão.

Os procedimentos necessários para determinação do limite de resistência à fadiga dos materiais por meio de testes físicos são muito custosos economicamente e também bastante demorados, não sendo viável realizá-los em alguns casos.

Foram calculadas, analiticamente, as reações nos mancais localizados em A e D (Figura 2), encontrando-se  $R_1 = +2781,8 \text{ N}$  e  $R_2 = +4018,2 \text{ N}$ .

O momento flexor  $M$  aplicado na seção em questão vale  $695,45 \text{ Nm}$ . O momento de inércia  $I$  da área da seção transversal vale  $5,1 \times 10^{-8} \text{ m}^4$ . A distância  $c$  até o ponto mais externo vale  $1,6 \times 10^{-2} \text{ m}$ ; e a tensão nominal de flexão  $\sigma$  na base vale  $216,18 \text{ MPa}$ . Esta é a máxima tensão para esse

material, em que ocorre a máxima concentração de tensão devido ao pequeno raio de curvatura no engastamento da viga.

Do material em estudo, tem-se que  $S_{ut} = 690 \text{ MPa}$ , e  $S_y = 580 \text{ MPa}$ . Como nenhuma informação sobre o limite de fadiga ou resistência à fadiga é fornecido, estima-se  $S_e'$  com base no limite de ruptura  $S_{ut}$ , usando  $S_e' = 0,5 S_{ut}$ , assim  $S_e'$  vale  $345 \text{ MPa}$ .

O carregamento é de flexão; portanto, o fator de carregamento  $C_{carreg}$  da equação 8 é igual a 1. O tamanho da peça é maior que o do corpo de prova e sua seção é circular; logo, o fator de tamanho  $C_{tamanho}$  pode ser estimado pela equação 12, notando que esta relação é baseada nos dados para aços e vale 0,85. O fator de acabamento superficial  $C_{acabamento}$  é encontrado pela equação 14 usando os dados da Tabela 1 para peças usinadas ou estiradas a frio, para aço ( $A=4,51$  e  $b=-0,26$ ), vale 0,80. A equação 16 aplica-se apenas para aço; desse modo, assume-se o fator de carregamento devido à temperatura  $C_{temp}$  igual a 1. Assim,  $S_e$  vale  $190,96 \text{ MPa}$ .

Dois frações devem ser calculadas para uso na Figura 2, com o intuito de encontrar o fator geométrico de concentração de tensão  $K_t$  para as dimensões assumidas da peça:  $D/d = 1,20$  e  $r/d = 0,09375$ . Da tabela da Figura 2, tem-se que  $A = 0,97098$  e  $b = -0,21796$ .

O fator de concentração teórico  $K_t$  vale 1,63. Dos dados para a constante de Neuber da Tabela 3 para  $S_{ut} = 690 \text{ MPa}$  ( $100 \text{ kpsi}$ ),  $a^{1/2} = 0,062$  e  $r^{1/2} = 0,3435$ . A sensibilidade ao entalhe  $q$  do material escolhido é calculada com base em seu limite de ruptura e raio de arredondamento por meio da equação 18 e vale  $q = 0,85$ . Assim,  $K_f$  vale 1,54.

Para vida finita, utiliza-se a equação 22, para  $S_{ut} = 690 \text{ MPa}$ . Da equação 16,  $S_m$  vale  $621 \text{ MPa}$ . Da equação 20,  $a = 2,023,45$ , e da equação 21,  $b = -0,171$ , resulta o coeficiente de segurança na fadiga  $CS_f$  igual a 0,69.

A Tabela 5 resume os resultados encontrados, numérica e analiticamente, e os respectivos valores de erro relativo.

**Tabela 5: Comparação entre valores analíticos e numéricos**

Variável	Solução numérica	Solução analítica	Erro relativo
Coeficiente de segurança na fadiga	0,68725	0,69	0,4%
Tensão normal de flexão alternada	331,90 MPa	332,92 MPa	0,3%

Com os resultados obtidos neste item, podem-se chegar as mesmas conclusões apresentadas nos itens anteriores, o que indica que a aproximação analítica foi boa.

A aproximação analítica foi satisfatória e suficiente neste caso. É importante que em um projeto, quando não se tenha disponibilidade para se fazer um cálculo mais sofisticado de fadiga, que seja feita pelo menos uma aproximação teórica como esta.

## 5 Conclusões

Os resultados encontrados no cálculo analítico estão de acordo com os obtidos por meio do método computacional utilizando elementos finitos. O cálculo analítico da vida em fadiga, mediante dados da bibliografia, adicionou conhecimento e praticidade ao trabalho, mostrando que, em casos simples, pode também ser utilizado um cálculo simples para estimativa da vida.

No caso analisado aqui, as conclusões foram as mesmas das verificadas na aproximação analítica e no cálculo utilizando o MEF. Quando se usam carregamentos mais complexos e diversificados, essa aproximação se torna pouco confiável. Porém, com carregamentos simplificados, como

é o caso, a aproximação é uma maneira rápida e prática de obter um resultado preliminar.

Trata-se de um trabalho que contribui para a área acadêmica e, principalmente, para a industrial já que fornece uma metodologia de cálculo numérico de durabilidade, o que diminui o número de protótipos a serem testados, reduzindo custos e tempo de projeto.

Também é pouco conhecida, e incorporada às análises, a presença da multiaxialidade das cargas, em razão da complexidade analítica e da falta de profissionais capacitados. Este estudo aprofundado é um tema interessante além de ser muito importante nesse universo.

## Referências

- ALVES FILHO, A. *Elementos finitos: a base da tecnologia CAE*. 5. ed. São Paulo: Ed. Érica, 2000. 292 p.
- ALVES FILHO, A. *Elementos finitos: a base da tecnologia CAE, Análise Dinâmica*. 1. ed. São Paulo: Ed. Érica, 2005. 302 p.
- ANSYS 15. ANSYS Inc. *PDF Documentation for Release 15.0*. Disponível em: <<http://148.204.81.206/Ansys/readme.html>>. Acesso em: 14 abr. 2015.
- BAYRAKCEKEN, H.; TASGETIREN, S. e YAVUZ, İ. Two cases of failure in the power transmission system on vehicles: a universal joint yoke and a drive shaft. *Engineering Failure Analysis*, v.14, n. 4, p.716-724, Jun. 2007.
- BOTTING, T. *SOLIDWORKS Simulation: Aspect Ratio*. GoEngineer. 2015. Disponível em: <[www.goengineer.com/libraries/simulation/?open\\_video=5465#prettyPhoto](http://www.goengineer.com/libraries/simulation/?open_video=5465#prettyPhoto)>. Acesso em: 25 mar. 2015.
- CORDEIRO, V. C. N. *Projeto de conjunto redutor de velocidade utilizando engrenagem sem-fim*, 2012. 69 f. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia Mecânica)–Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012. Disponível em: <<http://repositorio.unesp.br/handle/11449/118727>>. Acesso em: 08 ago. 2015.
- CURTIS, S. A. et al. Predicting the interfaces between fatigue crack growth regimes in 7150-T651 aluminium alloy using the fatigue damage map. *Materials Science Engineering A*, v. 344, p.79-85, 2003.
- FISH, J. *Um primeiro curso em elementos finitos*. Rio de Janeiro Livros Técnicos e Científicos Editora, 2009.

- GÖKSENLİ, A.; ERYÜREK, I. B. Failure analysis of an elevator drive shaft, *Engineering Failure Analysis*, v.16, n. 4, p.1011-1019, Jun. 2009.
- JONO, M. Fatigue damage and crack growth under variable amplitude loading with reference to the counting methods of stress-strain tanges. *International Journal of Fatigue*, v. 27, p.1006-1015, 2005.
- KHALID, Y. A. et al. Bending fatigue behavior of hybrid aluminum/composite drive shafts. *Materials & Design*, v. 28, n. 1, p. 329-334, 2007.
- KOH, S. K. Fatigue damage evaluation of a high pressure tube steel using cyclic strain energy density. *Pressure Vessels and Piping*, v.79, p.791-798, 2002.
- MARIM, M. *Utilização do método dos elementos finitos para cálculo de durabilidade de componentes mecânicos*. 2009. Dissertação (Mestrado)– Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18149/tde-04012010-135734/pt-br.php>>. Acesso em: 21 ago. 2015.
- MOURA JUNIOR, J. *Redução de falhas em haste polida: proposta de uma nova forma de fixação à unidade de bombeio*, Dissertação (Mestrado em Energia), São Mateus: Centro Universitário Norte do Espírito Santo da Universidade Federal do Espírito Santo, 2014. Disponível em: <[http://portais4.ufes.br/posgrad/teses/tese\\_8146\\_Jeronimo%20de%20Moura%20Junior](http://portais4.ufes.br/posgrad/teses/tese_8146_Jeronimo%20de%20Moura%20Junior)>. Acesso em: 22 ago. 2015.
- NORTON, R. L. *Projeto de máquinas: uma abordagem integrada*. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.
- PUCHI-CABRERA, E. S. et al. High cycle fatigue behavior of 316L stainless steel. *International Journal of Fatigue*, v. 30, p. 2140-2146, 2008.
- RAOTOLE, M. L.; SADAPHALE, D. B.; CHAUDHARI, J. R. Prediction of fatigue life of crank shaft using S-N approach. *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*, v. 3, n. 2, p. 447-454, Febr. 2013.
- RIBEIRO, F. L. B. *Introdução ao método dos elementos finitos: notas de Aula*. 93 f. Universidade Federal Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004. Disponível em: <[www.professores.uff.br/rbrunow/arquivos/pdf/Curso\\_MEF1.pdf](http://www.professores.uff.br/rbrunow/arquivos/pdf/Curso_MEF1.pdf)>. Acesso em: 5 set. 2015.
- RUSINSKI, E. et al. Caterpillar drive shaft damage causes analysis. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, v. 8, n. 3, p.117-129, 2008.
- SANTOS, J. B. *Modelagem matemática do dano em fadiga do aço 4140 utilizando o método de elementos finitos*. 2011. 102 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)–Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011. Disponível em: <[www.biblioteca.pucminas.br/teses/EngMecanica\\_SantosJB\\_1.pdf](http://www.biblioteca.pucminas.br/teses/EngMecanica_SantosJB_1.pdf)>. Acesso em: 21 set. 2015.
- SAVKOVIĆ, M. et al. Analysis of the drive shaft fracture of the bucket wheel excavator. *Engineering Failure Analysis*, v. 20, p. 105-117, Mar. 2012.
- SHAO, Y.; LIU, J.; MECHEFSKE, C. K. Drive axle housing failure analysis of a mining dump truck based on the load spectrum. *Engineering Failure Analysis*, v. 18, n. 3, p. 1049-1057, 2011.
- SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. H. *Mechanical engineering design*. 5. ed. New York: McGraw-Hill, 1989. p. 354.
- WANNENBURG, J.; HEYNS, P.; RAATH, A. D. Application of a fatigue equivalent static load methodology for the numerical durability assessment of heavy vehicle structures. *International Journal of Fatigue*, v. 31, n. 10, p.1541-1549, 2009.
- WARHADPANDE, A. et al. A new finite element fatigue modeling approach for life scatter intensile steel specimens. *International Journal of Fatigue*, v. 32, p.685-697, 2010.

Recebido em 13 dez. 2015 / aprovado em 6 abr. 2016

**Para referenciar este texto**

SILVA, F. A.; CHAVES, C. A.; GUIDI, E. S. Análise de falha por fadiga em eixo de transmissão utilizando o método dos elementos finitos. *Exacta – EP*, São Paulo, v. 14, n. 2, p. 207-219, 2016.

