O número e a sua história

Adélio Alves da Silva
Doutor em Filosofia – PUC-SP;
Professor – Uninove
São Paulo – SP [Brasil]
adelio@uninove.br

Neste artigo, abordamos duas noções que, desde os primórdios da humanidade, acompanham o desenvolvimento do nosso raciocínio: a contagem e a representação dos números. Restringimo-nos, neste trabalho, ao período que se perde no decorrer da história até o aparecimento da escrita indo-arábica.

Palavras-chave: Algarismo. Contagem. Correspondência um a um. Números. Símbolo.

1 Os problemas da contagem e da representação de números

A matemática é a maior aventura do pensamento. Em outras atividades, obviamente, também pensamos, porém utilizamos alguns parâmetros, entre os quais a observação empírica. Na matemática, navegamos por um mar de idéias abstratas com o auxílio de uma única bússola: a lógica.

Neste artigo, nosso propósito será refletir sobre alguns pontos das noções de contagem e número, da formação dos sistemas de bases de uma forma geral. Sua compreensão se faz necessária para entender o desenvolvimento do pensamento na Grécia, onde tais concepções foram introduzidas como gênese dos fundamentos do pensar e suas conseqüências no decorrer da formação da álgebra na cultura ocidental.

1.1 O processo de contagem e a idéia intuitiva de número

As noções de contagem e as idéias de número desenvolveram-se antes dos primeiros registros históricos (evidências arqueológicas demonstram que, há 50 mil anos, o homem já era capaz de contar); a maneira como ocorreu é largamente conjectural.

Essas noções podem ser confirmadas no artigo "Origens dos numerais" (Almeida, 2001), em que encontramos o processo de contagem dividido em três estágios. Originalmente, essa divisão foi sugerida por pesquisadores como Schmandt-Bresserat (1999) e Damerow (1999) e, embora não haja consenso entre eles, essa divisão, para nós, é plausível, porque alguns fatos abordados na pesquisa são reais.

Almeida (2001) afirma que esse processo de contagem ocorreu em três estágios:

- Contagem sem número;
- Contagem concreta;
- Contagem abstrata.

Por contagem sem números entende-se o estabelecimento de uma correspondência um a um. Almeida (2001) cita o exemplo dos Veddas, do Sri-Lanka, coletores que têm somente palavras gerais para lidar com números, tais como um único, um par, um outro, muitos. Ao contarem cocos, por exemplo, reúnem seixos. Para cada coco empilham um seixo: um coco = um seixo. Quando terminam, apontam para a pilha de seixos e dizem: aqueles muitos. Sempre que desejarem, poderão verificar a integridade de sua pilha de cocos, comparando-a com a de seixos (ALMEIDA, 2001).

Além da técnica dos seixos, temos a dos entalhos, que é outra forma de contagem sem números, por meio de correspondência um a um. Essas formas de contagem revelam os símbolos primitivos, precursores dos que utilizamos. O homem primitivo registrava os seus sinais fazendo um entalho na árvore, que não deixa de ser o seu "papel primitivo", e o que fazemos hoje é simplesmente registrar os nossos símbolos num papel industrializado.

Na contagem concreta, os números são limitados e não permitem a contagem de quantidades grandes. Nesse processo, não existe separação entre o número e a coisa que está sendo contada. Há uma identidade entre eles.

> Nos textos protoliteratos, onde aparecem os primeiros signos gráficos que poderiam ser denominados de numerais, continua em voga a contagem concreta, persistindo uma identidade entre o signo e a coisa computada; portanto, esses sinais ainda não se configuraram como

> numerais legítimos, mas sim ancestrais diretos (= protonumerais) destes. Jöran Friberg mostrou que nos textos proto-sumérios e proto-elamitas existiam espécies de números que deviam ser empregados conforme a natureza do que se ia contar, o que confirma essa assertiva [...] (DAMEROW, 1999, p. 122).

Na contagem abstrata, os números são abstraídos das coisas, isto é, a idéia de números – um, dois, três... – tem como origem a natureza das coisas que são contadas.

> Este sistema é muito conveniente, pois números abstratos podem contar qualquer coisa; cada número abstrato é expresso por uma palavra que permanece a mesma, não importa a natureza do que está sendo contado; os números abstratos são infinitos. Os sumerianos começaram a empregar números abstratos em seus textos literatos, portanto os sinais para números nestes textos podem ser considerados, com certas restrições, como os primeiros numerais verdadeiros. Os textos de Uruk IVa, cerca de 3100 a.C., mostram os primeiros empregos de numerais (expressando números abstratos) e pictográficos (denotando objetos). A noção de número pela primeira vez encontra-se dissociada da natureza do objeto. Ao que parece, ao menos para os sumerianos e os elemitas, não existiu uma linha divisória temporal absoluta entre os protonumerais e os números legítimos. Ocorreu sim um período de transição entre uns e outros, onde podem ter coexistido. Como vemos, a origem dos primeiros numerais autênticos está intimamente ligada à origem da escrita. Os primeiros numerais seriam, em princípio, aqueles empregados pela primeira escrita [...] (DAMEROW, 1999, p. 123).

A contagem abstrata pode ter sido a precursora dos sistemas de base, que estão presentes tanto na linguagem escrita quanto na não-escrita.

Os primeiros signos gráficos, capazes de representar números abstratos, surgiram com a escrita. A questão de onde surgiu a primeira escrita ainda não foi decidida. A escrita suméria, que para alguns estudiosos é reconhecida como a primeira, teve um período de transição, pois, inicialmente, seus símbolos numéricos eram dependentes do contexto.

Na interpretação do autor, com o sistema sexagesimal posicional, os numerais do sumérios passaram a representar números abstratos, merecendo, assim, a denominação de números legítimos, que não estão destituídos do alfabeto, uma das características encontradas nos povos da bacia do Mediterrâneo – os sumérios, egípcios, gregos, judeus e árabes.

Com a evolução gradual da sociedade, as contagens simples tornaram-se inevitáveis, pois uma tribo tinha de saber a quantidade de seus membros e a de seus inimigos, além de verificar se seu rebanho de carneiros estava aumentando ou diminuindo. É provável que a maneira mais antiga de contar se tenha baseado em algum método de registro simples, empregando o que hoje denominamos correspondência biunívoca, ou um a um.

Pode parecer, a princípio, que o processo de correspondência apresenta apenas um meio de comparar duas coleções, mas é incapaz de criar números, no sentido absoluto da palavra. Entretanto, a transição de números relativos para absolutos não é difícil. É necessário apenas criar coleções-modelo, cada uma tipificando uma possível coleção. A estimativa de qualquer coleção reduz-se em selecionar, entre os modelos disponíveis, um que possa ser comparado com ela, membro a membro.

Os homens primitivos encontraram tais modelos em seu ambiente imediato: as asas de um pássaro podiam simbolizar o número dois; um trevo, três; as pernas de um animal, quatro; seus próprios dedos, cinco. A prova da origem de tais palavras numéricas pode ser encontrada em muitas línguas primitivas. Naturalmente, uma vez criada e adotada, a palavra numérica se torna um modelo tão bom quanto o objeto que representava originalmente. A necessidade de discriminação entre o nome do objeto e o próprio símbolo numérico tenderia a provocar mudança no som até que, com o passar do tempo, a própria conexão entre os dois se perdesse na memória. À medida que o homem aprendia a confiar, cada vez mais, em sua linguagem, os sons iam substituindo as imagens que simbolizavam, e os modelos, originalmente concretos, passavam a assumir a forma abstrata de palavras numéricas. A memória e o hábito ajudaram a dar concretismo a essas formas abstratas, e simples palavras tornaram-se, assim, medidas de pluralidade.

Para uma simples contagem de carneiros, por exemplo, podia-se dobrar um dedo para cada animal. Podia-se também contar fazendo-se nós numa corda, ranhuras no barro ou numa pedra, produzindo-se entalhes em madeira ou agrupando pedras em um recipiente. Provavelmente, mais tarde, tenha-se desenvolvido um arranjo de sons vocais para registrar, em termos verbais, o número de objetos de um grupo pequeno. Com o aprimoramento da escrita, mais tarde ainda, foram surgindo arranjos de símbolos para representar esses números. Esse desenvolvimento hipotético se encontra respaldado em relatórios de antropólogos que estudaram povos primitivos em nossa época. Assim, podemos afirmar que

> [...] foi a contagem que consolidou o concreto e, portanto, noções heterogêneas de pluralidade, tão características do homem primitivo, no conceito numérico homogêneo abstrato, o que tornou possível a Matemática [...] (DANTZIG, 1970, p. 19).

Nos mais remotos estágios do período de contagem vocal, usavam-se sons (palavras) diferentes para representar, por exemplo, dois carneiros e dois homens. Considerem-se, em português, parelha de cavalos, junta de bois, par de sapatos, casal de coelhos etc. É provável que a abstração da propriedade comum dois, representada por algum som considerado independentemente de qualquer associação concreta, tenha levado muito tempo para ocorrer. De início, nossas atuais palavras-números se referiam, muito provavelmente, a conjuntos de certos objetos concretos, mas essas ligações, exceto talvez no que se refira ao cinco, perderam-se para nós.

Isso se deve ao desenvolvimento das atividades comerciais que estimularam a cristalização da noção de número e ampliaram sua base. Os objetos foram agrupados em unidades cada vez maiores, geralmente pelo uso dos dedos de uma das mãos ou das duas, um processo natural do comércio.

> À medida que a vida social vai aumentando de intensidade, isto é, que se tornam mais desenvolvidas as relações dos homens uns com os outros, a contagem impõe-se como uma necessidade cada vez mais importante e mais urgente. Como pode, por exemplo,

> supor-se a realização de uma transação comercial sem que um não saiba contar os gêneros que compra, o outro o dinheiro que recebe? Como pode, com mais forte razão, pensar-se num mercado, numa feira onde ninguém soubesse contar? Como resolveram os homens o problema da necessidade da contagem? (CARAÇA, 2002, p. 3).

Os processos utilizados por muitos povos primitivos limitavam-se, apenas, a uma comparação ou equiparação semelhantes. O registro de seus rebanhos ou exércitos era feito por meio de cortes numa árvore ou seixos arrumados numa pilha. A prova de que nossos ancestrais eram adeptos de tais métodos está na etimologia das palavras talha e calcular. A primeira vem do latim *talea*, corte, e a segunda, de *calculus*, seixo.

Esses exemplos deixam claro que o processo de contagem permaneceu confinado no modelo primitivo de registrar grandezas em talhas e seixos. Podemos reconhecer, nesse período, os primórdios da formação que denominamos pensamento simbólico, uma vez que o registro de um traço ou uma coleção de seixos não deixa de ser símbolo precursor de nossa representação.

O período que vai dessa fase à noção dos números naturais, segundo Caraça, é extremamente impreciso. No entanto, podemos afirmar que o homem de aproximadamente 20 mil anos, embora sem escrita, já possuía a noção de número natural. Segundo Caraça,

> 1) A idéia de número natural não é um produto puro do pensamento, independentemente da experiência; os homens não adquiriram primeiro os números naturais para depois contarem; pelo contrário, os números naturais foram-se formando lentamente pela prática diária de contagens. A imagem do homem, criando duma maneira completa a idéia de número, para depois a aplicar à prática da contagem, é cômoda, mas falsa. (CARAÇA, 2002, p.4.)
>
> 2) Esta afirmação é comprovada pelo que se passa ainda hoje em alguns povos. Há tribos da África Central que não conhecem os números além de 5 ou 6; há outros que vão até 10 mil [...] (DANTZIG, 1970, p. 4).

Podemos inferir das afirmações acima que o maior ou menor conhecimento dos números está ligado às condições da vida econômica desses povos; quanto mais intensa é a vida de relações, quanto mais freqüentes e ativas são as trocas comerciais dentro e fora da tribo, maior será o conhecimento dos números. Nesse processo de desenvolvimento, foi necessário elaborar várias maneiras de contagem, hoje conhecidas como sistemas de numeração.

Para o nosso propósito, apenas mencionaremos os sistemas mais desenvolvidos, utilizados nas civilizações mais avançadas.

> Segundo W. C. Eels, dos 307 sistemas de numeração dos povos primitivos, 146 são decimais, 106 de base 5, 7, 15, 20 ou 25. Isto conduziu para simplificação apenas da numeração das bases 5, 10, 12, 20 e 60, que são utilizadas até hoje [...] (STRUIK, 1987, p. 32).

1.2 A formação de bases

A necessidade de efetuar contagens mais extensas conduziu para o processo de contar sistematizado. Isso foi feito dispondo-se objetos em grupos básicos convenientes, em que a grandeza desses grupos era determinada, em grande parte, pelo processo de correspondência empregado. Esquematizando-se as idéias, o método consistia em escolher um certo número natural b como base e atribuir nomes aos números 1, 2..., b. Para os números maiores do que b, os nomes eram essencialmente combinações dos nomes dos números já escolhidos.

> A adoção do sistema decimal deveu-se a um acidente fisiológico. Os que vêem a mão da Providência em tudo devem admitir que a Providência é uma fraca matemática. Pois, além de seu mérito fisiológico, a base decimal tem pouco de que se gabar. Quase todas as outras bases, com exceção de nove, teriam servido tão bem e possivelmente melhor [...] (DANTZIG, 1970, p. 27).

Essa base tem como fundamento os dedos do homem, que constituíam um dispositivo de correspondência conveniente; não é de estranhar que o dez acabasse escolhido freqüentemente como o número b de base.

Para Eves, as atuais palavras-números na língua inglesa são formadas, tomando-se o dez como base.

> Há os nomes especiais *one* (um), *two* (dois), ..., *ten* (dez) para os números 1, 2, ..., 10. Quando se chega a 11, a palavra usada é *eleven*, que, segundo os filólogos, deriva *ein lifon*, cujo significado é "um acima de dez". Analogamente, *twelve* (doze) provém de *twe lif* ("dois acima de dez"). Depois se tem *thirteen* ("três e dez") para 13, *fourteen* ("quatro e dez") para 14, até *nineteen* ("nove e dez") para 19. Chega-se então a *twenty* (*twe-tig*, ou "dois dez"), *twenty-one* ("dois dez e um") e assim por diante. A palavra *hundred* (cem), segundo parece, deriva originalmente de uma outra que significa "dez vezes dez" [...] (EVES, 1983, p. 4).

Nesse processo, encontram-se também evidências de que dois, três e quatro serviram de bases primitivas.

> Por exemplo, existe entre as mais primitivas tribos da Austrália e da África um sistema de numeração que não tem por base 5, nem 10, nem 20. É um sistema binário, isto é, de base dois. Tais selvagens ainda não atingiram a fase de contagem pelos dedos. Têm números independentes para um e dois, e números compostos até seis. Acima de seis, todos são denotados por "montão".
>
> Para as tribos australianas, o hábito de contar aos pares é tão forte que eles dificilmente notam que dois gravetos foram removidos de um grupo de sete; percebem imediatamente, entretanto, quando falta um graveto. Seu senso de paridade é mais forte do que seu senso numérico.
>
> Curiosamente, esta, que é a mais primitiva das bases, tem um eminente defensor em épocas relativamente recentes, numa pessoa que é nada menos que Leibniz. Uma numeração binária requer apenas dois "símbolos", 0 e 1, através dos quais todos os números são expressos.

> As vantagens da base dois são a economia de símbolos e a tremenda simplicidade nas operações. Deve-se lembrar que todos os sistemas exigem que se tenha de memória tábuas de adição e multiplicação. No sistema binário, elas reduzem-se a 1 + 1 = 10 e 1. 1 = 1; quanto ao sistema decimal, cada quadro tem 100 registros. Entretanto, essa vantagem é mais do que compensada pela falta de capacidade: assim, o número decimal 4096, seria expresso no sistema binário por 1.000.000.000.000 [...] (DANTZIG, 1970, p. 26).

Esse sistema binário impressionou tanto Leibniz que ele não se conteve e exclamou a seguinte máxima: "Um é suficiente para derivar tudo do nada". Diz Laplace:

> Leibniz viu em sua Aritmética binária a imagem da Criação... Imaginou que a Unidade representava Deus, e Zero o nada; que o Ser Supremo tira todos os seres do nada, assim como a unidade e o zero expressam todos os números em seu sistema de numeração. Leibniz gostava tanto dessa concepção que a comunicou ao jesuíta Grimaldi, presidente do tribunal chinês de matemáticos, na esperança de que esse emblema convertesse o Imperador da China, que gostava muito das ciências. Menciono isso apenas para mostrar como os preconceitos de infância podem toldar a visão até mesmo dos maiores homens! (DANTZIG, 1970, p. 26).

É importante notar que ainda existem nativos que contam na base seis e quatro, tais como "[...] alguns pigmeus africanos que contam [...] a, oa, ua, oa-oa, oa-oa-a e oa-oa-ao para um, dois, três, quatro, cinco e seis [...]" e os nativos de Queensland

> [...] que contam "um, dois, dois e um, dois e dois, muito". Uma certa tribo da Terra do Fogo compõe seus primeiros e poucos nomes de números na base 3 e algumas da América do Sul usam de maneira análoga o 4 [...] (DANTZIG, 1970, p. 27).

Essa forma primitiva de contar conduziu-nos a especular sobre o rumo que a história da cultura teria tomado se, em vez de dedos flexíveis ou gravetos, o homem apenas tivesse dois dedos inarticulados. Se algum sistema de numeração pudesse desenvolver-se sob tais circunstâncias, teria sido, provavelmente, o binário.

O sistema quinário, ou de numeração de base cinco, possui algumas especulações sobre sua origem. Esse fato originou-se dos povos que tinham o hábito de contar em uma só mão. Mas por que deveria o homem primitivo limitar-se a uma só mão? Uma explicação plausível é que ele raramente andava desarmado. Se ele desejasse contar, enfiava a arma debaixo do braço, geralmente o esquerdo, e contava na mão esquerda, usando a direita como registro. Isso pode explicar por que a mão esquerda é quase universalmente usada pelos destros em suas contagens.

O sistema quinário foi o primeiro a ser usado extensivamente.

> Até hoje algumas tribos da América do Sul contam com as mãos: "um, dois, três, quatro, mão, mão e um" e assim por diante. Os Yukaghirs da Sibéria usam uma escala mista para contar "um, dois, três,

> três e um, cinco, dois três, um mais, dois três e dois dez faltando um, dez". Ainda no início do século XIX, encontravam-se calendários de camponeses germânicos baseados no sistema quinário [...] (EVES, 1983, p. 4).

Esse sistema possibilitou a construção do ábaco, que possui uma idade venerável. Apesar de encontrado na antiga Roma, seu berço vinha de mais longe, de povos de maior talento matemático. Os gregos conheciam o ábaco e, provavelmente, os egípcios e os babilônios também; mais tarde, apareceu na China e no Japão; emergindo da obscuridade dos mosteiros da baixa Idade Média, surgiu, aproximadamente, no ano 1000, depois de estar perdido por muito tempo, espalhando-se por toda a Europa. Encontramo-lo quase com a mesma forma entre os franceses, ingleses, alemães e italianos. Na Alemanha, usava-se, à época, a numeração escrita romana, mas, durante longo tempo, preferiu-se o sistema romano à numeração arábica, uma novidade que vinha surgindo como sendo "a numeração escrita alemã". Nos escritórios dos Fugger, nas cortes dos príncipes e nas contadorias das prefeituras de grandes cidades, em toda parte se ouvia o barulho das pedras e moedas de cálculo a atravessar os séculos. Mais surpreendente é o fato de que o ábaco opera, em geral, na base cinco, o que nos leva a deduzir que o sistema quinário predominou no cálculo dessa época.

Existem evidências de que 12 pode ter sido usado como base em épocas pré-históricas, principalmente em relação a medidas. Essa base pode ter sido sugerida pelo número aproximado de lunações de um ano, ou talvez pelo fato de o doze ter tantos divisores inteiros. De qualquer maneira, 12 é o número de polegadas em um pé; de onças, numa libra antiga; de *pences*, em um *shilling*; de horas num dia; de meses, num ano, e as palavras dúzia e grosa indicam unidades de ordem superior.

Na concepção de bases, encontra-se também o sistema vigesimal (base 20) que foi amplamente utilizado pelos índios americanos e que se tornou conhecido graças ao sistema de numeração maia. As palavras-números francesas *quatre-vingt* (80), em lugar de *huitante*, e *quatre vingt-dix* (90), em vez de *nonante*, são traços da base 20 dos celtas. Também se encontram traços no gaélico, no dinamarquês e no inglês. Os groenlandeses usam "um homem" para 20; "dois homens", para 40, e assim por diante. Em inglês, existe a palavra *score* (uma vintena), usada freqüentemente.

Ainda com relação ao estudo de base, temos o sistema sexagesimal (base 60), muito utilizado na Mesopotâmia, cujo progresso pode ser detectado no decorrer dos séculos. Os textos mais antigos, segundo Struik (1987, p. 56), "[...] são datados do 3° milênio do último período sumério (a terceira dinastia de Ur data de cerca de 2100 a.C.) [...]" e já revelavam uma grande habilidade para calcular. Esses textos contêm tábuas de multiplicação, nas quais um sistema sexagesimal bem desenvolvido se sobrepõe a um sistema decimal; existem símbolos cuneiformes que indicam 1, 60, 3.600 e também 60^1, 60^2, embora essa não seja sua característica principal. Enquanto os egípcios indicavam cada unidade mais elevada por meio de um novo símbolo, os sumérios usavam o mesmo símbolo, porém determinando seu valor posicional. "Assim, 1 seguido por outro 1 significava 61 e 5 seguido por 6 e por 3 (deveríamos escrever 5, 6, 3) significava $5 \times 60^2 + 6 \times 60 + 3 = 18363$ (STRUIK, 1987, p. 56)." Esse sistema de posição não diferia essencialmente do nosso próprio sistema de escrita de números, em que o símbolo 343 representa 3

$\times 10^2 + 4 \times 10 + 3$. Além disso, tinha vantagens enormes para o cálculo, como podemos verificar facilmente ao tentar realizar uma multiplicação no nosso sistema e no de numeração romano. Isso significa que o sistema que usa o valor posicional também eliminou muitas dificuldades da aritmética fracionária, da mesma maneira que o nosso sistema decimal em relação à escrita de frações. Podemos inferir que esse sistema parece ter-se desenvolvido como resultado direto das técnicas de administração, tal como é indicado em milhares de textos datados do mesmo período, relacionados com a distribuição do gado, trigo etc. e com operações aritméticas baseadas nessas transações.

Nesse sistema de cálculo, o significado de cada símbolo nem sempre era exato, porque sua posição lhe tirava a clareza.

> Outra incerteza era introduzida pelo fato de um espaço em branco significar por vezes zero, de modo que (11, 5) podia representar $11 \times 60^2 + 5 = 39.605$. Este espaço em branco apareceu de uma forma especial para representar o zero, mas não até o período persa [...] (STRUIK, 1987, p. 57).

A chamada invenção do zero teve um período longo no decorrer da história do pensamento, gerando muitas controvérsias entre diversos autores que discutiram tal conceito. Segundo Kaplan,

> O aparecimento do zero na história começa há cerca de 5 mil anos com os sumérios, aquele povo dinâmico que se estabeleceu na Mesopotâmia (parte do qual é o Iraque hoje). Ao ler, uma de suas tabuinhas de barro, esse diálogo entre pai e filho: aonde você foi? A lugar nenhum. Então por que está atrasado? Os sumérios contavam por 1 e por 10, mas também por 60. Isso pode parecer estranho, até nos lembrarmos que fazemos o mesmo, usando 60 para os minutos em uma hora (e $6 \times 60 = 360$ para graus de um círculo). Ainda, contamos também por 12 no que diz respeito aos meses do ano, 7 para os dias da semana, 24 para as horas do dia, 16 para onças em uma libra ou quartilho. Até 1971, os britânicos contavam os *pennies* em montes de 12, formando um xelim, mais montes de 20 xelins para fazer uma libra [...] (KAPLAN, 2000, p. 20).

Para Baker (1964, p. 78),

> [...] o zero surgiu quando os babilônios, desejando referir-se ao resultado obtido ao subtrair um número dele mesmo, introduziram o símbolo para o zero, tratando-o, depois, como se o zero fosse um dos números inteiros.

Um exame cuidadoso da anatomia do zero em nossa numeração moderna pode lançar luz sobre essas questões. Quem reflete sobre a história do número zero e do cálculo até a invenção do princípio posicional fica chocado com o pequeno número de realizações tanto no âmbito da matemática quanto no convívio social. Esse longo período de quase cinco mil anos viu a ascensão e a queda de muitas civilizações, cada uma delas deixando sua contribuição à literatura, arte, filosofia e religião. No entanto, qual era a conquista no campo do cálculo, a primeira arte praticada pelo homem? Uma numeração inflexível tão grosseira que tornava o progresso quase impossível e um artifício de cálculo de alcance tão limitado que até mesmo os cálculos elementares exigiam os serviços de um perito. "E mais, o homem usou tais artifícios por milhares de anos sem fazer uma só melhora aproveitável no instrumento, sem contribuir com qualquer idéia importante para o sistema!" (DANTZIG, 1970, p. 38).

Essa crítica pode parecer severa: afinal de contas não é justo julgar as conquistas de uma era remota segundo os padrões de nossa própria época de progresso acelerado e de atividade febril. Entretanto, mesmo quando comparada com o lento crescimento de idéias na Idade Média, a história do cálculo apresenta um quadro peculiar de desolada estagnação.

Sob esse enfoque, a conquista do hindu desconhecido que, em algum momento,

> [...] nos primeiros séculos de nossa era descobriu o princípio posicional, assume as proporções de um acontecimento magnífico. Não apenas esse princípio constitui uma mudança radical de método, mas sabemos agora que sem ele seria impossível qualquer progresso em Aritmética [...] (DANTZIG, 1970, p. 38).

Esse princípio é tão simples que hoje um menino mais obtuso não tem nenhuma dificuldade em compreendê-lo.

> É particularmente estranho para nós que os grandes matemáticos da Grécia clássica não o tenham descoberto. Será porque os gregos tinham um desprezo tão grande pela ciência aplicada, deixando até mesmo a instrução de seus filhos aos escravos? Mas, se assim o for, como se explica o fato de que a nação que nos deu a Geometria e levou essa ciência tão longe e permaneceu confinada numa Álgebra rudimentar? Não é igualmente estranho que a Álgebra, essa pedra angular da Matemática moderna, também se tenha originado na Índia e mais ou menos na mesma época da numeração posicional? (DANTZIG, 1970, p. 39)

O princípio posicional consiste em dar ao algarismo um valor que depende não apenas do membro da seqüência natural que ele representa, mas também da posição que ocupa em relação aos outros símbolos do grupo. Assim, o mesmo algarismo 2 tem significados diferentes nos números 342, 725, 269: no primeiro caso, significa 2; no segundo, 20, e, no terceiro, 200. Por sinal, 342 é apenas uma abreviação de três centenas, mais quatro dezenas e mais duas unidades.

A dificuldade em evoluir o pensamento era impossível até que se inventasse um símbolo para uma classe vazia, um símbolo para o nada, o nosso zero moderno. A mentalidade finitista dos antigos gregos não podia conceber o vazio como um número; por isso, não atribuíram um símbolo ao vazio.

> E nem o desconhecido hindu viu no zero o símbolo do nada. O termo indiano para zero era *sunya*, que significava vazio ou espaço em branco, mas não tinha nenhuma conotação com "vácuo" ou "nada". E assim, segundo as aparências, a descoberta do zero foi um acidente causado por uma tentativa de fazer um registro permanente e claro de uma operação num ábaco [...] (DANTZIG, 1970, p. 40).

A forma como o *sunya* indiano se transformou no zero atual constitui um dos capítulos mais importantes e interessantes para a história da cultura.

> Quando os árabes do século X adotaram a numeração indiana, traduziram o *sunya* indiano por sua própria palavra, *sifr*, que significa vazio, em árabe. Quando a numeração indo-arábica foi primeiramente introduzida na Itália, *sifr* foi latinizado para *zephirum*. Isso aconteceu no início do século XIII e, durante os cem anos seguintes, a palavra sofreu uma série de mudanças que culminaram no italiano zero [...] (DANTZIG, 1970, p. 40).

Para Kaplan,

> [...] o zero com certeza chegou ao Ocidente por volta de 970 d.C., talvez um século antes, resplandecente de nomes de diversas fontes, alguns oriundos de sentido, outros de sua forma. A maioria revelava sua linhagem em sua etimologia.
>
> O ancestral de tantos desses nomes ocidentais era o árabe *sifr* ou as-*sifr*, ele mesmo uma tradução do *sunya* indiano, "vazio", mas o *psephos* grego, "seixo", para "ficha", fazia sentir sua influência aqui e ali, e o *theca*, "receptáculo", gerou seus próprios descendentes. Aquelas maravilhosas coincidências de som e sentido entre as línguas também estavam em ação, dando a cada novo termo uma encantadora ressonância. O hebraico *sifra* foi associado a *sifr* e ao mesmo tempo mantinha suas ligações, talvez, com palavras para "coroa" e "contagem". Vários termos do latim medieval foram desenvolvidos como: círculo (como rótula e *circulus*) e para vazio (*nulla*, *nihil*) [...] (KAPLAN, 2000, p. 95-96).

Nas etapas de formação do zero, manteve-se a palavra árabe, mudando-a levemente para cifra. Por algum tempo, nos círculos cultos da Europa, a palavra cifra e seus derivados significavam zero, o que é mostrado por Gauss, o último matemático do século XIX a escrever em latim, que ainda usou a palavra cifra nesse sentido. Na língua inglesa, essa palavra transformou-se em *cipher* e manteve o significado original de zero.

1.3 O sistema de numeração indo-arábico

O sistema de numeração indo-arábico tem esse nome devido aos hindus, que o inventaram, e aos árabes, que o transmitiram para a Europa Ocidental.

> Os mais antigos exemplos de nossos atuais símbolos numéricos encontram-se em algumas colunas de pedra erigidas na Índia por volta do ano 250 a.C. pelo rei Açoka. Outros exemplos primitivos na Índia, se corretamente interpretados, encontram-se em registros talhados por volta do ano 100 a.C. nas paredes de uma caverna, numa colina perto de Poona e em algumas inscrições que referem o ano 200 d.C., gravadas nas cavernas de Nasik. Essas primeiras amostras não contêm nenhum zero e não utilizavam a notação posicional. Contudo, a idéia de valor posicional e um zero devem ter sido introduzidos na Índia algum tempo antes do ano 800 d.C., pois o matemático persa Al-

> Khowârizmî descreveu de maneira completa o sistema hindu num livro no ano 825 d.C [...] (EVES, 1983, p. 14).

Como e quando os símbolos numerais entraram na Europa são questões ainda não esclarecidas. É possível que tenham sido levados por comerciantes e viajantes pela costa do Mediterrâneo.

> Esses símbolos se encontram num manuscrito espanhol do século X, sendo possível que tenham sido introduzidos na Espanha pelos árabes que invadiram a península ibérica no ano 711 d.C., onde permaneceram até 1492 d.C. Mas foi uma tradução latina do tratado de Al-Khowârizwî, feito no século XII, seguido de alguns trabalhos europeus sobre o assunto, o que fez com que o sistema se disseminasse mais amplamente [...] (EVES, 1983, p. 40).

Os três séculos seguintes assistiram a uma verdadeira batalha entre abacistas e algoristas, como eram chamados os defensores do novo sistema. Com isso, as atuais regras de computação foram-se impondo, levando à quase extinção os abacistas.

No entanto, sua evolução só foi possível pelo desenvolvimento de uma linguagem simbólica. Essa evolução está de acordo com a seguinte afirmação de Peirce:

> [...] a trama, a urdidura de todo pensamento e de toda investigação é o símbolo, a vida do pensamento e da ciência é a vida inerente aos símbolos; de modo que é errôneo dizer, meramente, que uma boa linguagem é importante para o bom pensar, visto que é a própria essência deste. (apud HARTSHORNE; WIESS; BURKS, 1997, v. 2, p. 2220).

Portanto, vários problemas tratados neste artigo decorreram da falta de um simbolismo matemático consistente, tais como a notação para o zero, a notação posicional, insuficiência da linguagem e a dualidade do alfabeto

The number and its history

In this paper, we will broach two notions that, since the beginning of humanity, follow the development of our reasoning: the notion of counting and numbers` representation. We restrict ourselves, in this article, to be concerned on the period that looses itself with the passing of the history till the appearance of hindu-arabic writing.

Key words: Arabic numbers. Counting. Number. 1-1 correspondence. Symbol.

Referências

ALMEIDA, C. M. Origens dos numerais. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 4., 2001, Natal. *Anais*. Natal: Sociedade Brasileira da Matemática, 2001.

AMORIM, C. Tribo do Amazonas só sabe contar até três. *Folha de S. Paulo*, São Paulo, Caderno Ciência, 20 ago. 2004. Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br/fsp/ciencia/fe2008200401.htm>. Acesso em: 20 ago. 2004.

BAKER, S. F. *Filosofia da Matemática*. 2. ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1964.

CARAÇA, B. de J. *Conceitos fundamentais da matemática*. 3. ed. Lisboa: Gradiva, 2002.

DAMEROW, P. *The material culture of calculation*. 1. ed. Berlin: Max Planck Institut, 1999.

DANTZIG, T. *Número: a linguagem da ciência*. 4. ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 1970.

EVES, H. *An introduction to the history of mathematics*. 5. ed. Philadelphia: Saunders College Publishing, 1983.

FOLHA ONLINE. Homem teria desenvolvido pensamento simbólico antes do imaginado. *Folha de S. Paulo*, São Paulo, Caderno Ciência, 1º abr. 2004. Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br/folha/ciencia/ult306u11461.shtml> Acesso em: 1º abr. 2004.

HARTSHORNE, C.; WIESS, P.; BURKS, A. *Collected papers of Charles S. Peirce*. 1. ed. Bristol: Thoemmes, 1997. 8 v.

KAPLAN, R. *O nada que existe*. Uma história natural do zero. 1. ed. Rio de Janeiro: Rocco, 2000.

SCHMANDT-BRESSERAT, D. *The history of counting*. 1. ed. New York: Morrow Junior Books, 1999.

STRUIK, D. J. *História concisa das matemáticas*. 3. ed. Lisboa: Gradiva, 1987.

recebido em 19 dez. 2005 / aprovado em 27 mar. 2006

Para referenciar este texto:
SILVA, A. A. da. O número e a sua história. *Dialogia*, São Paulo, v. 5, p. 53-65, 2006.