
Considerações sobre o ensino de área e perímetro

Roberto Camillo Perrotta
Mestre em Educação Matemática – PUC-SP;
Professor na graduação – Uninove.
rs5557@hotmail.com, São Paulo [Brasil]

Suzete Geraldi Montenegro Perrotta
Mestre em Educação Matemática – PUC-SP;
Professor na graduação – Uninove.
rs5557@hotmail.com, São Paulo [Brasil]

Neste estudo, procura-se investigar os resultados que podem ser obtidos com a aplicação de uma seqüência de ensino para introdução dos conceitos de área, perímetro e suas relações baseadas em materiais manipulativos. Como embasamento teórico, servimo-nos de Douady e Perrin-Glorian (1989); Franchi e outros (1992) e Baltar (1996) e das experiências realizadas pelo Programa de Estudos e Pesquisas no Ensino de Matemática (Proem). Para realizar a investigação, foram desenvolvidas atividades com materiais concretos (tábua de pregos, cartolina, papéis quadriculados e barbantes), que possibilitaram a observação das dificuldades encontradas pelas crianças de 5ª e 6ª séries do ensino fundamental para assimilação dos conceitos de área e perímetro e suas relações. Nesta pesquisa esses alunos puderam manipular materiais, discutir e questionar as idéias relacionadas e dissociadas, o que permitiu a passagem do quadro geométrico para o numérico, de forma gradual e natural, levando-os ao reconhecimento das fórmulas de área e perímetro como conseqüência das situações vivenciadas.

Palavras-chave: Área.

Crianças de ensino fundamental. Perímetro.

1 Introdução

Durante nossa trajetória dedicada ao ensino de matemática nos níveis fundamental e médio, temos observado que os alunos encontram dificuldade no entendimento dos conceitos de área, perímetro e suas relações.

Verificamos ainda que esses conceitos, em geral ensinados de forma desarticulada, dão a impressão ao aluno de que a superfície de uma determinada figura não se refere ao seu contorno (perímetro), ou que entre eles existe uma relação direta, isto é, a modificação em uma dessas medidas provoca alteração na outra.

Assim, o objetivo do presente estudo é investigar os resultados que podem ser obtidos, mediante a aplicação de uma seqüência de ensino, para a introdução dos conceitos de área, perímetro e suas relações baseadas em materiais manipulativos.

2 Fundamentação teórica

Na construção do experimento, utilizaram-se os resultados do estudo diagnóstico realizado em 1997, no Programa de Estudos e Pesquisas no Ensino de Matemática (Proem) na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), com 118 alunos de 1^a à 4^a séries do ensino fundamental, com o objetivo de investigar como os alunos compreendem os conceitos de área e perímetro.

Contribuíram também para esta pesquisa os trabalhos sobre os conceitos de área e perímetro de Douady e Perrin-Glorian (1989), Franchi e outros (1992) e Baltar (1996). Baltar identifica, em seu estudo, alguns dos erros mais freqüentes que alunos de 5^a série cometem. Também foram considerados os trabalhos de Piaget, Inhelder e Szeminska (1960)

e Vygotsky (1993), sobre aspectos relativos às questões psicológicas do desenvolvimento cognitivo.

Os trabalhos de Piaget citados por Furth (1974) indicam que conceitos como os de área e perímetro podem ser dominados por todas as crianças com mais de 9 anos de idade (período operacional concreto). O interesse de Piaget residia no desenvolvimento das funções psicológicas do indivíduo e não no desenvolvimento do conceito científico na mente da criança. Vygotsky (1993) avalia que o aprendizado deve considerar, no desenvolvimento potencial da criança, os conhecimentos que podem ser acrescentados com o auxílio de uma pessoa mais experiente (professor, colega ou um parente).

Piaget, Inhelder e Szeminska (1960) estudaram problemas de natureza geral relacionados ao desenvolvimento de conceitos espaciais em crianças, principalmente os que tratam das operações com medidas, tais como a conservação das medidas de comprimento e a discussão de áreas. Com relação à conservação das medidas, Piaget, Inhelder e Szeminska (1960) realizaram experiências para investigar como as crianças passavam de uma conservação qualitativa para a medida de um comprimento. Essas experiências apresentaram situações nas quais as crianças deveriam comparar:

- Comprimentos de objetos iguais, alguns retilíneos e outros dispostos em diferentes ângulos;
- Formas diferentes (reta, curva) com comprimentos distintos, dispostas de modo que tivessem suas extremidades coincidentes;
- Objetos retilíneos e iguais em comprimento, mas arranjados aleatoriamente.

Uma das experiências consistia em dispor de 12 a 16 fósforos em duas linhas paralelas, se-

paradas de 1 a 2 centímetros (cm), perfeitamente alinhadas, de forma que sua igualdade fosse óbvia. Uma das linhas era modificada pela introdução de ângulos: os fósforos eram arranjados em uma série de zigzagues ou em ângulo reto. Um ou mais fósforos podiam ser quebrados em duas partes para evitar que a criança simplesmente contasse os elementos; com isso, seria forçada a raciocinar em termos de comprimento total da linha. No entanto, era preciso observar se as duas linhas sempre tinham o mesmo comprimento. Caso a criança não entendesse, o experimentador poderia sugerir que eram duas formigas andando ao longo das linhas e perguntar se elas teriam de cobrir a mesma distância.

Com relação à conservação de áreas, Piaget, Inhelder e Szeminska (1960) afirmam que o conceito de uma área – por exemplo, seis unidades quadradas – envolve algo mais que a simples construção de um plano que se compõe dos intervalos de duas unidades em uma dimensão e de três em outra. A área de um retângulo que mede 2 por 3 unidades é dada pela fórmula matemática $2 \times 3 = 6$ unidades quadradas. As unidades quadradas correspondem à área, não aos comprimentos em duas dimensões. Para estudar as relações métricas envolvidas nas medidas de áreas, os pesquisadores investigaram como a conservação de área é construída pelas crianças. A habilidade de analisar um inteiro em sua forma é um pré-requisito para a medição de uma área, porque em tal tarefa se assume que as unidades parciais são conservadas e podem ser compostas com uma variedade de formas, que constituem os inteiros invariantes.

Para descobrir os tipos de noção que as crianças apresentavam em relação à conservação de áreas, foram usadas duas técnicas complementares. Na primeira, o experimentador mostrava uma área

composta de várias partes separadas e modificava o arranjo delas para ver se a criança considerava que o inteiro permanecia com a mesma área. As peças eram 12 quadrados, todos iguais, que formavam dois retângulos com dois quadrados de largura e três de comprimento. O experimentador deslocava os quadrados de um dos retângulos para formar uma pirâmide com três quadrados na base, dois acima e um no topo. A seguir, perguntava à criança se a figura tinha a mesma área do retângulo que estava intacto.

Os resultados indicaram que, com frequência, as crianças mais novas (de 4 a 5 anos) reconheciam que havia um número igual de elementos, isto é, seis quadrados em cada figura, mas ainda se recusavam a admitir que as áreas eram iguais. As crianças com cerca de 7 anos apresentaram conservação operacional das áreas quando sua forma era alterada, mas continuavam a demonstrar falhas na compreensão de uma unidade, pois, ao calcularem a extensão total de uma área, contavam todas as suas partes e observavam a equivalência de seus tamanhos. A partir dos 7 anos, há uma generalização da conservação de áreas e inicia-se um processo de medidas, envolvendo unidades.

Douady e Perrin-Glorian (1989) pesquisaram a construção do conceito de área entre os alunos franceses com idades correspondentes aos de 4ª e 5ª séries do ensino fundamental no Brasil. Os resultados indicaram que alguns desenvolvem uma concepção-forma (ligada ao quadro geométrico¹) ou uma concepção-número (ligada ao quadro numérico²), ou ambas, mas aquelas em que o aluno só considera os aspectos pertinentes para o cálculo, por exemplo, as medidas de comprimento característico da figura são combinadas de maneira mais ou menos fundamentada.

Outro aspecto das relações entre área e perímetro refere-se às dificuldades dos alunos em dissociar essas noções de área e perímetro. Franchi e outros (1992) desenvolveram um trabalho dirigido a professores para esclarecer a natureza das relações envolvidas na comparação das áreas de duas superfícies por composição e decomposição em partes e o cálculo de áreas das figuras planas. O estudo procurou discutir como facilitar a passagem de uma concepção local para outra mais eficaz na solução de um problema.

Para os autores citados, os trabalhos que enfatizam isoladamente o perímetro de figuras mostram pouco significado e seus problemas mal selecionados podem provocar o estabelecimento de relações incorretas entre perímetro e “tamanho” da figura. Desse modo, segundo Franchi e outros (1992, p. 12), é importante propor atividades que confrontem os alunos com situações que possam suscitar os seguintes questionamentos: “[...] a área de um polígono aumenta sempre que seu perímetro aumenta? É possível aumentar o perímetro de um polígono diminuindo sua área? E o contrário?” Sugerem, ainda, as atividades em que os conceitos de área e perímetro são discutidos e abordados, simultaneamente, como uma alternativa de ensino, cujo objetivo é minimizar as dificuldades encontradas pelos alunos, além de provocar uma reelaboração das concepções errôneas.

Baltar (1996) escreveu um artigo, fundamentado em seu trabalho de tese sobre o ensino e aprendizagem do conceito de área de superfícies planas, destinado a analisar o conceito de área em nível de escola elementar de 5^{ème} e 6^{ème} (equivalentes a 5^a e 6^a séries do ensino fundamental), com base nos problemas de aprendizagem do conceito de área nas escolas francesas, apoiados nos programas, nas avaliações nacionais e em pesquisas

anteriores sobre o assunto. Pautado nos resultados das avaliações francesas, propõe:

- Evidenciar a importância e a variedade das dificuldades de aprendizagem a respeito do conceito de área de superfícies planas;
- Analisar e compreender as origens de certo número de erros cometidos pelos alunos.

Baltar (1996) classificou a distinção entre área e perímetro de acordo com quatro pontos de vista:

- Topológico, pelo qual os conceitos de área e perímetro correspondem a objetos geométricos distintos, a área é associada à superfície e o perímetro a seu contorno;
- Dimensional, evidencia que, no que diz respeito às dimensões, uma superfície e seu contorno são de natureza distinta, o que traz consequências imediatas sobre o uso das unidades adaptadas à expressão das medidas de área e perímetro;
- Computacional, correspondente à aquisição das fórmulas de área e perímetro de figuras usuais;
- Variacional, que consiste na aceitação de área e perímetro que não variam necessariamente no mesmo sentido e pela qual superfícies de mesma área podem ter perímetros distintos e vice-versa.

3 Delineamento metodológico e seus procedimentos

Trata-se de um estudo exploratório, descritivo, com abordagem quantitativa.

A pesquisa foi realizada com alunos de 5ª e 6ª séries do ensino fundamental. Utilizou-se uma tábua com 16 pregos espaçados e dois pedaços de barbante, um esticado de forma que houvesse coincidência de suas extremidades com dois pregos da tábua e o outro colocado, propositadamente, na forma de uma onda, com suas extremidades coincidindo com outros dois pregos da tábua, conforme a Ilustração 1.

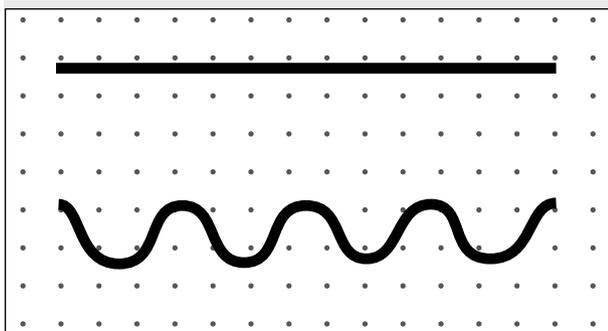


Ilustração 1: Atividades utilizando pregos e barbantes

Fonte: Os autores.

A primeira questão proposta foi se os alunos achavam que os barbantes tinham o mesmo tamanho. A resposta foi afirmativa, pois eles observaram que havia o mesmo número de pregos. Em seguida, tiraram os barbantes das posições em que se encontravam, comparando seus comprimentos.

Considerando a idade dos alunos (superior a 9 anos), esperava-se que reconhecessem a desigualdade nos comprimentos dos barbantes, pois Piaget, Inhelder e Szeminska (1960) encontraram, como resultado de sua pesquisa, que a medida dos comprimentos em sua forma operacional é percebida pelas crianças que têm 8 ou 8,5 anos. Os autores citados obtiveram de crianças mais novas (4 a 6 anos) respostas baseadas em aspectos visuais. Estas, ao considerarem os pontos

iniciais e finais dos barbantes, concluíram que tinham o mesmo comprimento, porque começavam e terminavam no mesmo ponto. As crianças mais velhas (7 anos ou mais) deslizavam os dedos pelos barbantes, imitando o movimento de um “homenzinho”, para avaliar qual deles era o maior e, dessa forma, associavam, ao longo do barbante, uma unidade de medida com base nos passos do “homenzinho” imaginário.

Em sua pesquisa, Perrotta (2001) aplicou uma atividade similar àquela descrita por Piaget, Inhelder e Szeminska (1960), com o objetivo de construir figuras de mesma área e contornos diferentes. Os alunos receberam os recortes em cartolina e instruções sobre a área da figura total com parte dos recortes deslocada. Paralelamente, respondiam às questões que solicitavam sua avaliação sobre a conservação (ou não) da área.

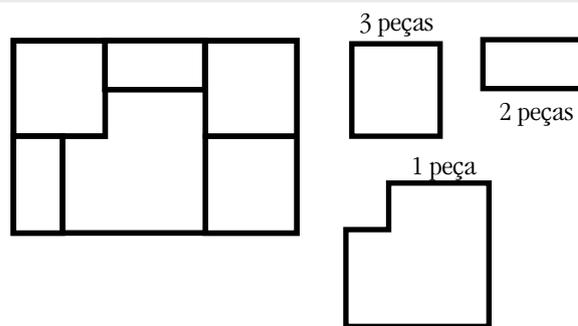


Ilustração 2: Recortes utilizados em uma das atividades. Os números indicam a quantidade de peças iguais existentes

Fonte: Os autores.

Confusões entre área, superfície e perímetro também ocorrem. Quando a forma é conservada, qualquer mudança da área passa a corresponder, necessariamente, a uma modificação no perímetro. Os problemas de área estão relacionados aos quadros numéricos e geométricos, sendo preciso estabelecer uma articulação

pertinente entre esses dois quadros; a construção do conceito de área caracteriza o quadro das grandezas.³

Em seu estudo, Perrotta (2001) propôs uma atividade que tinha como objetivo a construção, pelos alunos, de áreas diferentes com perímetros iguais e a observação da independência da conservação do perímetro em relação à conservação de área. Para isso, utilizou uma tábua com pregos e quatro barbantes de diferentes cores e mesmo comprimento, ilustrados na Ilustração 3. Os alunos deveriam dispor os barbantes sobre os pregos, de forma que fossem obtidas diferentes áreas com o mesmo perímetro, visto que os barbantes apresentavam os mesmos comprimentos.

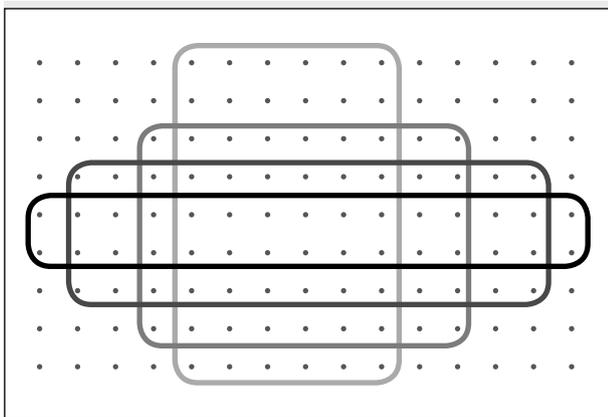


Ilustração 3: Tábua com pregos e barbantes coloridos utilizados na construção de figuras com mesmo perímetro e áreas diferentes.

Fonte: Os autores.

A atividade proposta pretendia trabalhar simultaneamente com os conceitos de área e perímetro e suas relações, tal como sugerido por Franchi e outros (1992) em seu trabalho. A intenção era minimizar as dificuldades encontradas pelos alunos e provocar uma reelaboração das concepções errôneas com a abordagem simultânea dos conceitos.

Baltar (1996), estudando os resultados encontrados nas avaliações nacionais francesas, analisou o teorema em ação⁴ que, segundo ela, não se constrói por acaso, e sim por meio de situações-problema, nas quais os alunos são confrontados e se fortalecem. Exemplos de teoremas em ação detectados por Baltar:

[...] o recorte e colagem conservam a área [...] Escolhendo-se uma unidade, duas superfícies de mesma medida têm as mesmas áreas [...] Duas superfícies que têm os mesmos lados possuem a mesma área (falso) [...] A área e o perímetro de um retângulo variam no mesmo sentido. [falso] (BALTAR, 1996, p. 70).

Embora os resultados encontrados por Baltar (1996) sejam referentes ao contexto francês, certos aspectos do processo ensino-aprendizagem dos conceitos de área e perímetro podem ser identificados em distintos contextos. Para tentar minimizar a ocorrência de alguns dos falsos teoremas em ação, descritos por Baltar (1996), e das relações incorretas entre área e perímetro, descritos por Franchi e outros (1992), pode-se propor atividades em que os alunos verifiquem, construindo e medindo, a veracidade ou não das idéias que surgem sobre as relações entre perímetro e área.

Os alunos que participaram das atividades com material concreto desenvolvido por Perrotta (2001) e outros das mesmas séries que trabalharam apenas conceitos foram avaliados num pós-teste comum. O resultado do grupo que teve acesso a esse material apresentou um índice de acertos superior ao do grupo que teve seu aprendizado com ênfase no aspecto numérico, isto é, privilegiando os cálculos de área e perímetro.

4 Discussão dos resultados

A leitura das pesquisas aqui indicadas sugere, assim como a prática docente, que o ensino direto de conceitos é impossível e infrutífero. Em geral, um professor que tente fazer isso poderá não conseguir um aprendizado significativo. É provável que ocorra um verbalismo vazio – uma repetição de palavras pela criança – semelhante ao de um papagaio que simula um conhecimento dos conceitos correspondentes, mas que na realidade oculta um vácuo.

Muitas das dificuldades apontadas nas pesquisas aqui mencionadas, tais como confusão entre área e perímetro, não-dissociação dos conceitos, dificuldades com as unidades de medida e seu significado, podem ser conseqüência de situações de ensino-aprendizagem com ênfase nos cálculos das medidas de área e perímetro. Também a falta de atividades diferentes que permitam validar ou refutar os teoremas em ação desenvolvidos pelos alunos pode contribuir para fortalecer algumas das concepções errôneas encontradas pelos pesquisadores citados.

Ao analisar e compreender as origens de determinado número de erros cometidos pelos alunos e detectando a variedade das dificuldades de aprendizagem do conceito de área de superfícies planas, é possível desenvolver atividades que permitam a participação ativa do aluno e seu envolvimento na situação de ensino-aprendizagem. Atividades manipulativas, empregando material concreto, podem atuar como facilitadores da aquisição de conceitos relativos à área e perímetro de figuras planas, quando acompanhadas de tarefas criativas que estimulam o emprego desses conceitos.

Considerations on the teaching of area and perimeter

In this study, one tries to investigate the results that may be obtained with the application of a teaching sequence for the introduction of area and perimeter concepts and their relations based on manipulating materials. As theoretical basis, we used Douady e Perrin-Glorian (1989); Franchi and others (1992) and Baltar (1996) and also the experiments developed by the Programa de Estudos e Pesquisas no Ensino de Matemática (Proem) – Program of Studies and Researches on Mathematics Teaching. In order to make the investigation, it were developed activities with concrete materials (board of nails, light cardboard, graph paper and string) that made possible the observation of the difficulties faced by children in the 5th and 6th degree levels of the fundamental education for assimilation of concepts about area and perimeter and their relations. In this research, students could manipulate materials, discuss and question the related and dissociated ideas, which made possible the passage from the geometrical to the numerical board, in a gradual and natural way, leading them to recognize the area and perimeter formulas as a result from living situations.

Key words: Area.

Children in fundamental education. Perimeter.

Notas

- 1 Para Douady e Perrin-Glorian (1989), os objetos do quadro geométrico são, por exemplo, as superfícies das faces planas dos objetos do mundo físico.
- 2 O quadro numérico é o dos números reais não negativos.
- 3 O quadro das grandezas é aquele formado por expressões compostas de um número e de uma unidade de medida.

-
- 4 Segundo Almouloud (1997), teorema em ação designa as propriedades tomadas e utilizadas pelo aluno, em situação de solução de problema, sem que ele seja necessariamente capaz de explicá-las ou justificá-las. Os teoremas em ação podem ser verdadeiros ou falsos.

Referências

ALMOULOU, S. A. Fundamentos da didática da matemática e metodologia de pesquisa. *Caderno de Educação Matemática*, São Paulo, v. 3, p. 11-26, 1997.

BALTAR, P. M. *Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surface plane: une étude de l'acquisition des relations entre longueur et aire au collège*. 1996. Thèse (Doctorat Didactique des Mathématiques)-Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M-J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*, Amsterdam, v. 20, n. 4, p. 387-424, 1989

FRANCHI, A. et al. *Geometria no 1º grau: da composição e decomposição de figuras às fórmulas de área*. 1. ed. São Paulo: CRL Balieiro, 1992.

FURTH, H. G. *Piaget e o conhecimento: fundamentos teóricos*. 1. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1974.

PERROTTA, R. C. *A introdução dos conceitos de área e perímetro através de modelagem*. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)-Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

PIAGET, J.; INHELDER, B.; SZEMINSKA, A. *The child's conception of geometry*. 1. ed. New York: W. W. Norton & Company, 1960.

VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e linguagem*. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

recebido em: 10 fev. 2005 / aprovado em 18 set. 2005

Para referenciar este texto:

PERROTTA, R. C.; PERROTTA, S. G. M. Considerações sobre o ensino de área e perímetro. *Dialogia*, São Paulo, v. 4, p. 81-88, 2005.